Revista Colombiana de Estadística
Nº 5 - 1982

ESCUELAS DE INTERPRETACION DEL CONCEPTO DE PROBABILIDAD

Rolando Chuaqui(*)

Profesor Titular
Departamento de Matemática
Universidad Católica de Chile

Resumen: Este es un trabajo expositorio donde se analizan las escuelas más importantes de interpretación del concepto de probabilidad. Estas escuelas se estudian de acuerdo con el énfasis que le dan a los dos conceptos fundamentales de la probabilidad como parte de la descripción del mundo (o de las teorías físicas) y como medida del grado en que conocemos o creemos en un suceso.

1. Introducción.

Cuando se habla acerca de los Fundamentos de la Probabilidad hay dos temas que vienen a la mente. Por una parte, los fundamentos axiomáticos del

(*) El autor agradece a la Organización de los Estados Americanos por su apoyo económico a través del Programa Regional de Desarrollo Científico y Tecnológico.

Cálculo de Probabilidades, que es una disciplina matemática independiente y bien desarrollada. Estos fundamentos axiomáticos fueron definitivamente establecidos por Kolmogoroff en su conocida monografía de 1933.

Por otra parte, por Fundamentos de Probabilidad se entiende el estudio de las posibles interpretaciones de las aserciones probabilísticas. Es en este segundo sentido que se entenderá la expresión en este artículo. Para recalcar este elemento de interpretación, hablaré de los Fundamentos del *concepto* de probabilidad. A diferencia de los fundamentos axiomáticos del Cálculo de Probabilidades, la situación con respecto a los fundamentos del concepto de probabilidad no es nada clara. Se han propuesto varias interpretaciones conflictivas del concepto de probabilidad. Todas ellas aceptan esencialmente los axiomas de Kolmogoroff. Sin embargo, conducen al uso de diferentes métodos estadísticos. Así, este conflicto, que pudiera parecer de importancia puramente filosófica, tiene interés práctico.

En este artículo, me propongo examinar estas distintas interpretaciones y ofrecer una clasificación de ellas. En la Sección 2 se distinguen dos tipos de probabilidad: probabilidad cognitiva y de hecho. La Sección 3 estudia los usos de la probabilidad. De acuerdo a estas perspectivas se analizan en la Sección 4 las distintas interpretaciones que se han ofrecido del concepto de probabilidad. La Sección 5 aborda la conexión entre los dos tipos de probabilidad vistos en 2 y cómo resuelven las distintas escuelas de interpretación. Finalmente, la Sección 6 estudia brevemente como afectan a la inferencia estadística estas distintas interpretaciones.

2. Probabilidad de hecho y probabilidad cognitiva.

Cuando tiramos una moneda 100 veces y resultan 60 caras, nos parece intuitivamente que este resultado es una propiedad de la moneda ó, más bien, de la moneda junto con el modo en que la tiramos.

Así, la probabilidad de 0,6 que asignamos a cara parece ser una propiedad de la "situación aleatoria" (traducción libre de "chance set-up" de Hacking 1965) igual como el peso es una propiedad de la moneda. Por esto, la probabilidad puede considerarse como una propiedad de la realidad que llamaré *Probabilidad de Hecho o Azar*.

Por otra parte, en el caso indicado, tiene sentido decir que creemos que la próxima tirada de la moneda resultará "cara" con el grado 0,6. Este "grado de creencia" depende de nuestro conocimiento, esto es, es una probabilidad cognitiva. Antes de discutir más a fondo esta distinción entre probabilidad de hecho y probabilidad cognitiva, notemos una conexión entre ellas: si creemos que la situación alea teoría da una probabilidad de hecho de 0,6, entonces también debemos tener un grado de creencia de 0,6.

3. Usos de la Probabilidad.

Para comprender mejor estos dos tipos de probabilidad haremos un breve análisis de los usos de la probabilidad.

(1) *La probabilidad como guía de la vida frente a la incertidumbre.*

La probabilidad es base para la teoría de la decisión. La necesidad del uso de la inferencia estadística basada en la probabilidad nace de nuestra incertidumbre de como deberíamos comportarnos bajo ciertas circunstancias. Ignoramos el estado del mundo y para conseguir nuestros fines lo mejor que se pueda, tratamos de establecer reglas de comportamiento que podamos seguir cualquiera que sea el estado del mundo. Por supuesto que esperamos que las reglas a) nos lleven a fines deseables y b) sean alcanzables. La que nos lleva a fines más deseables es la que nos dice como anticipar el futuro más perfectamente; la más alcanzable y simple es la que nos indica olvidarnos de la aritmética y actuar como nos plazca.

La Teoría de las Decisiones basada en la inferencia estadística, toma un camino intermedio.

Ejemplos de acciones que requieren de esta teoría son: aceptar o nó un embarque de motores, aceptar alumnos para la Universidad, decidir si la droga $\mathcal{D}$ presenta beneficios, etc.

Hay dos teorías de inferencia estadística que se han usado como base de la teoría de decisiones: la clásica, basada en métodos de Neyman y Pearson y la Bayesiana, basada en ideas de Finetti y Savage.

(2) *La probabilidad usada para evaluar hipótesis científicas:*

Aparentemente este uso es similar a los del tipo (1), sin embargo, como dice R.A. Fisher refiriéndose a estos últimos: "tales procesos tienen una base lógica muy diferente de los de un científico tratando de obtener de sus observaciones una comprensión mejor de la realidad". (Fisher 1956).

Es claro que hay diferencias entre un técnico realizando un test mecánico repetidas veces para una fábrica y un científico tratando de evaluar una hipótesis.

Los usos descritos hasta aquí, representan aplicaciones de probabilidad a la estadística. Podemos clasificar estos usos como de "probabilidad cognitiva".

(3) *La probabilidad como parte de teorías de la física.*

La probabilidad es también parte de algunas teorías físicas como la mecánica estadística y la mecánica cuántica. Además, una gran parte de la teoría de procesos estocásticos es base de teorías físicas, por ejemplo el Movimiento Browniano. Así, tenemos usos claramente fácticos de la probabilidad o probabilidad de hecho.

4. Interpretación del concepto de Probabilidad.

Existen dos interpretaciones del concepto de probabilidad que lo consideran como primitivo. Una es la interpretación subjetivista (de Finetti, 1937, Savage 1954) que dice la probabilidad es el grado de creencia que una persona p tiene en un tiempo t sobre la ocurrencia de un suceso A. Así, $P(A)$, la probadilidad de A, deja tácitos p y t. El hecho de que la función P debe satisfacer los axiomas de Kolmogoroff es más bien un consejo pragmático que se da a la persona p: si no adopta probabilidades que satisfagan estos axiomas puede salir perjudicada. Por ejemplo, si apuesta siguiendo probabilidades que no satisfacen los axiomas, puede darse la situación de que pierda con seguridad (Teorema de Ramsey - de Finetti). Los subjetivistas estrictos, como de Finetti, no creen que exista una probabilidad de hecho y, por lo tanto, dan una interpretación de tipo subjetiva de algunas teorías físicas. Además, ponen en duda la validez universal de la σ-aditividad de la medida de probabilidad aceptando, en general, sólo la aditividad finita.

Las interpretaciones de Popper y Hacking corresponden a un segundo tipo de interpretación que considera a la probadilidad como una propiedad primitiva empírica de los objetos (Popper 1959) o de las situaciones aleatorias (Hacking 1965). Para medir esta propiedad, llamada propensión o azar (chance), se puede usar frecuencias. Así, el hecho de que de 100 tiradas, 60 hayan sido caras, indica aproximadamente que la propensión de cara es 0,6. En este caso $P(A)$ deja tácita la situación aleatoria correspondiente.

La posición subjetivista reduce la probabilidad a probabilidad cognitiva considerándola como primitiva. La posición de Popper y Hacking la reduce a probabilidad de hecho, considerándola también como primitiva. Hay otras posiciones que no tratan a la probabilidad como primitiva sino que pretenden definirla a partir de otros conceptos. Por una parte, están las posiciones que dan énfasis a la probabilidad cognitiva y le dan una interpretación lógica. En este caso, se intenta obtener un grado de creencia lógico independiente de las personas y el tiempo, como una relación lógica entre un cuerpo de conocimientos y un suceso. Así, si la persona acepta un cierto cuerpo de conocimientos (o evidencia), estaría obligada lógicamente a asig-

...arle una probabilidad fija al suceso. En esta línea están las teorías de Carnap 1950 y Hintikka y, además, la teoría de Kyburg 1974, que no es propiamente una teoría sobre la probabilidad sino sobre la inferencia estadística. Otra concepción que puede caber en esta línea es la de Newton da Costa 1981.

La teoría de Carnap habla de la probabilidad como el grado de confirmación de una proposición dado un cuerpo de evidencia que está dado por otra proposición. Hintikka ha perfeccionado esta definición. Sin embargo, no se ha llegado a formular axiomas lógicos intuitivamente justificados que determinen la probabilidad.

En el caso de Kyburg, lo que está dado es un cuerpo de conocimientos incluídos como axiomas y la probabilidad sólo está determinada en situaciones muy especiales. Esta teoría se aparta mucho de los axiomas habituales de Kolmogoroff para ser considerada satisfactoria. Da Costa, por su parte, acepta que hay diversas situaciones en las que se puede asignar lógicamente probabilidades. Entre estas situaciones se encuentran las de Kyburg pero también otras. Según da Costa, consideraciones pragmáticas determinan la justificación de las distintas situaciones.

Una parte de la interpretación presentada por mi en Chuaqui 1977 y 1981 es también lógica. Ahí aparece relacionada la probabilidad cognitiva con el concepto de verdad. Más adelante daré más detalles de esta teoría.

Por otra parte, existen varias teorías que consideran a la probabilidad de hecho como fundamental, pero sin tomarla como primitiva. Estas interpretaciones tratan de construír modelos matemáticos idealizados de las situaciones aleatorias donde se pueda definir la probabilidad a base de otros conceptos. Las más populares son las frecuentistas como la de von Mises 1928 y la de Neyman 1950. Von Mises construye como modelo de la situación aleatoria una sucesión infinita de resultados a la que exige ciertas características especiales. A estas sucesiones las llama *colectivos*. La probabilidad se define en estos colectivos como cuando el límite n tiende a infinito de la frecuencia relativa del suceso en los n primeros miembros de la sucesión. Neyman toma como modelos clases de referencia finitas y la probabilidad se define como la frecuencia del suceso en esas clases de referencia.

Otro tipo de modelos probabilísticos es el construído por mí en Chuaqui 1977 y 1981. Estos modelos están basados en un conjunto de resultados (o sucesos elementales) posibles. Cada resultado posible es modelado, en los casos más simples, como una estructura relacional, o sea lo que en lógica se llama un "modelo posible de un lenguaje". La medida de probabilidad se obtiene, como en la concepción clásica de Laplace, a base de una relación de equiprobabilidad determinada por el conjunto de resultados posibles. Así, mi posición podría clasificarse como de probabilidad de hecho. Sin embargo, como se verá más adelante, tiene también una definición de tipo cognitivo que puede considerarse como probabilidad lógica.

5. Conexión entre probabilidad de hecho y probabilidad cognitiva.

Para que una interpretación de la probabilidad pueda considerarse adecuada debe ser capaz de explicar los tres usos de la probabilidad detallados en la Sección 3. Todas las interpretaciones expuestas en la sección anterior intentan hacerlo. La interpretación subjetivista pura simplemente rechaza la existencia de probabilidad de hecho, subjetivizando algunas teorías físicas. Todas las otras posiciones aceptan la existencia de ambas clases de probabilidades (azar y probabilidad cognitiva) conectadas por un principio del siguiente tipo:

Principio de conexión.

El grado de creencia en la ocurrencia de un suceso A que un sujeto debe tener cuando cree que la probabilidad de hecho de A es un número real r, es este mismo número r.

Hay algunos filósofos como David Lewis, 1980 que piensan que tanto el grado de creencia como la propensión son primitivas. Lewis también acepta este Principio de Conexión como primitivo.

Carnap, por su parte, acepta tanto su probabilidad cognitiva con interpretación lógica, como una probabilidad de hecho interpretada frecuencialmente. El Principio de Conexión se ve justificado por los axiomas lógicos que adopta.

Los frecuentistas justifican el Principio de Conexión por el hecho de que siguiéndolo tendremos éxito en la mayoría de los casos. Ellos no pueden justificar cada aplicación particular del Principio, pero sí su uso habitual.

En mi teoría, el Principio se justifica a través del concepto de verdad. Probabilidad cognitiva es considerada como la medida del "grado de verdad parcial". Dado uno de los modelos empíricos expuestos anteriormente, se define, para aserciones de un cierto lenguaje, verdad y también grado de verdad parcial. Así, creemos en la ocurrencia del suceso A con grado r, porque creemos que tiene grado de verdad r. Esto es muy natural, ya que es una generalización de algo obvio: si creemos que A es verdadero, entonces creemos en A. Así, si creemos que A tiene grado de verdad r, entonces creemos en A con grado r. Esta interpretación de probabilidad cognitiva como grado de verdad parcial, es una interpretación de tipo lógico, ya que depende sólo de la aserción y su modelo.

6. Interpretaciones de probabilidad e inferencia estadística.

Hay tres tipos de métodos de inferencia estadística que son apoyados en distinto grado por las distintas escuelas de probabilidad: Clásicos (tipo Neyman-Pearson), Bayesianos y fiduciales (tipo Fisher). Haré un breve resumen de la aceptación de estos métodos por parte de las distintas escuelas.

Los subjetivistas aceptan sólo los métodos Bayesianos. Carnap acepta los métodos Bayesianos, pero también los de tipo clásico ya que cree en la probabilidad frecuencial. Kyburg es esencialmente fiducial, a pesar de que algunos métodos Bayesianos y clásicos pueden ser aceptables desde su punto de vista.

Los frecuentistas rechazan casi todos los métodos Basesianos, y aceptan los métodos clásicos. El único frecuentista que no acepta los métodos clásicos de Neyman-Pearson es Fisher. El es el creador de los métodos fiduciales.

Con mis definiciones, tanto los métodos clásicos como gran parte de los Bayesianos son justificables. Aún no tengo opinión clara sobre los fiduciales.

* *

BIBLIOGRAFIA

[1] Carnap, R., *The Logical Foundations of Probability*, Chicago U. Press, Chicago, 1950.

[2] Chuaqui, R., *A semantical definition of probability*, en *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability*, Arruda, da Costa y Chuaqui (editores), North Holland Pub. Co. Amsterdam, 1977, 135-167.

[3] ——————, *Factual and cognitive probability*, por aparecer en las Actas del V Simposio Latinoamericano de Lógica Matemática realizado en Bogotá en 1981.

[4] da Costa, N.C.A., *Lógica indutiva e probabilidade*, Publicações do Instituto de Matemática e Estatística, U. de São Paulo, 1981.

[5] Finetti,B.de, *La prévision: ses lois logiques ses sources subjectives*, Annales de l'Institut Henri Poincaré, vol.7. Traducción inglesa en *Studies in Subjective Probability*, Kiburg y Smokler (editores) 1937, 93-158.

[6] Hacking, I., *Logic of Statistical Inference*, Cambridge University Press. 1965.

[7] Kolmogoroff, A.N., *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung*, Ergebnisse der Mathematik. Traducción inglesa: *Foundations of the Theory of Probability*, Chelsea Pub.Co.New York,(1950), 1933.

[8] Kyburg, H.E., *The Logical Foundations of Statistical Inference*, Reidel, Dordrecht, 1974.

[9] Lewis,D., *A subjectivist's guide to objetive chance*, en *Studies in Inductive Logic and Probability*, Vol. II. Jeffrey (editor), U. of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1980 263-293.

[10] Mises, R. von, *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*, Springer, Berlin. Traducción inglesa: *Probability, Statistic and Truth*, New York, (1939). 1928.

[11] Neyman, J., *First Course in Probability and Statistic*, New York. 1950.

[12] Popper, K., *The propensity interpretation of proberbility*, British J. for the Philosophy of Science, vol. 10, 1959, 25-42.

[13] Savage, L.J., *The Foundations of Statistics*, John Wiley, New York, 1954.

* * *