

## ENSEÑANZA Y CURRÍCULO DE ESTADÍSTICA EN DIFERENTES NIVELES

Hardeo Sahai

Universidad de Puerto Rico

Río Piedras, Puerto Rico (\*)

Introducción. No hay ningún tópico matemático, (excepto quizás, la aritmética elemental utilizada en el comercio) con el que la gente común y corriente tenga más contacto, que las estadísticas. Sólo se necesita una breve lectura del periódico, para ver la gran variedad de informes estadísticos sobre los deportes, el estado del tiempo, los accidentes, la bolsa de valores, etc. Frecuentemente nos presentan resultados de encuestas, y la mayoría de las declaraciones políticas contienen estadísticas. Sin embargo, a pesar de, o debido a, la frecuencia con que se utilizan las estadísticas, a mucha gente le gustaría repetir lo que Benjamín Disraeli, ex-primer ministro de Inglaterra, dijo hace más o menos cien años, "Hay tres clases de mentiras : las falsedades, los perjuros y las estadísticas". Muy a menudo oímos decir a la gente : "Cualquier

---

(\*) Conferencia adaptada para publicación por Carlos E. Vasco.

cosa se puede probar con estadísticas".

Quizás es verdad que la mayoría de los usos de las estadísticas mencionados anteriormente está a un nivel muy bajo y son principalmente descriptivos. Sin embargo, como todos sabemos, la sociedad moderna necesita de las ideas y métodos estadísticos para el desarrollo tecnológico y económico. El razonamiento estadístico juega un gran papel en la vida profesional del hombre moderno. Después de todo, queremos que nuestros líderes del mañana, ya sea en el gobierno, la empresa, la industria, etc., analicen y resuelvan apropiadamente los problemas del futuro. Para lograr esto, deben ser razonablemente hábiles para pensar con y sobre los números. Una educación adecuada en estadísticas y probabilidad puede ayudar muchísimo a llevar a cabo esta meta.

En este artículo me voy a limitar a algunos comentarios generales que reflejan mis experiencias y puntos de vista. Presentaré además algunas publicaciones dedicadas específicamente a diferentes aspectos de la enseñanza estadística.

El contenido de la estadística es el estudio de la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre. La definición más comúnmente usada es "La Estadística es la ciencia de la recolección, clasificación y evaluación de los hechos como base para hacer inferencias". Esto se puede precisar así : "... un cuerpo de técnicas para adquirir conocimientos precisos a partir de información incompleta; un

un sistema científico para la recolección, análisis, interpretación y presentación de la información que se puede expresar en forma numérica". Durante los últimos años los estadísticos han desarrollado una base lógica acerca de una variedad de procedimientos que los apoyen en la toma de decisiones cuando no hay información completa sobre el problema.

Hoy en día los estadísticos juegan un papel muy importante en todo tipo de organización, trabajando independientemente o en cooperación estrecha con los profesionales de otros campos. A pesar de la amplia divergencia de los campos en que trabajan, y de los problemas que tratan, todos los estadísticos están unidos por el deseo común de percibir la regularidad que existe en las situaciones que presentan variabilidad e incertidumbre.

Por la naturaleza básica de sus trabajos, los estadísticos tienen gran demanda en muchos campos diferentes. Algunas áreas que llaman la atención de los estadísticos hoy en día son : biología, administración de empresas, demografía, economía, educación, ingeniería, ciencias de la salud, seguros, mercadotecnia, psicología y otras ciencias sociales.

### Educación General

i. Antes que nada, me gustaría mencionar que en años recientes, específicamente durante la última década, ha habido un gran incremento del interés en la enseñanza de la

estadística a todos los niveles y a escala internacional. Se han organizado varias conferencias nacionales e internacionales, a las cuales han asistido destacados profesores y estadísticos. Como resultado de estas conferencias se han recopilado libros que contienen artículos y recomendaciones para la promoción de la educación estadística a nivel nacional e internacional, así como también material para profesores de estadística (véase 1,2,3,4). Además, algunas revistas estadísticas y matemáticas han producido suplementos especiales en los que aparecen artículos relacionados con diversos problemas que ocurren en la enseñanza de la estadística (véase 5, 6,7). Una nueva revista : "Teaching of Statistics", ha comenzado a publicarse desde enero de 1979 (véase 8).

ii. Un aspecto importante de la enseñanza de la estadística debe ser el que los estadísticos sean capaces de comunicar y enseñar estadística tanto a los que ya son estadísticos y a los que van a ser estadísticos, como también a otros profesionales y al público en general. El profesor John Tukey ha resumido esta idea como sigue :

" ... la estadística comprende el proceso completo del análisis de datos, el cual debe incluir la comunicación de los resultados al conjunto apropiado de científicos. Si un puente, un monumento, una represa, se mantienen en pie y sirven a su propósito, su constructor ha tenido éxito. Si una media, una varianza o un intervalo de confianza, han sido obtenidos de una manera correcta y efectiva, pero por alguna razón el verdadero mensaje no ha

sido transmitido a las personas indicadas, entonces el estadístico no ha tenido éxito.

Así, los estadísticos deben hacer uso efectivo del salón de clase, los cursos de estadística, las revistas, sociedades y reuniones, para comunicar la estadística a los estudiantes, a los profesionales de otras disciplinas, y al lego en la materia.

iii. Una de las dificultades de los cursos de matemáticas y estadística ha sido que estos en muchos casos fracasan en hacer sentir al estudiante que la especialidad puede tener aplicaciones importantes. Una de las razones por las cuales estos cursos fracasan en enfatizar las aplicaciones, ha sido que sólo unos pocos profesores están relacionados con la utilización real de la estadística. Para obtener familiaridad con buenos ejemplos aplicados, un maestro debe pasar gran cantidad de tiempo preparándolos. Actualmente hay buenos libros, al menos en inglés, que pueden ayudar sustancialmente en este aspecto a los profesores de estadística.

Uno de estos libros se titula "Statistics: A Guide to the Unknown" (véase 9). El libro es una excelente colección de "ilustraciones" y "casos" que utilizan estadísticas. Tiene 46 ensayos acerca de usos importantes de la probabilidad y la estadística en muchos campos de estudio, como biología, salud, medicina, ecología, antropología, derecho, política, reformas sociales, idiomas, empresas, educación, estadísticas gubernamentales, ciencias físicas e

ingeniería.

Con estos ensayos es mucho más fácil para los profesores de estadística iniciar una clase con breves referencias a algunos problemas mundiales reales en que se usan métodos estadísticos específicos para resolverlos. El libro ha sido muy popular entre los profesores de estadística. El segundo libro se llama "Statistics by Examples" y en él se intenta demostrar cómo enseñar estadística elemental tratando problemas de la vida real (véase 10). Además, hay otros artículos, libros y trabajos de referencia que pueden ayudar eficazmente a los profesores en este nuevo enfoque de la estadística (véase 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18).

iv. Muchos profesores de estadística han sugerido que los estudiantes aprenden mejor si se relacionan con la recolección y análisis de datos. La idea es que la estadística se aprende mejor practicándola, igual que la natación, el tenis, y cualquier otra cosa. Así, los cursos de estadística incluirían sesiones separadas de laboratorio para la recolección y análisis de datos reales.

v. Muchos profesores de estadística han encontrado que, en cursos introductorios, el acercamiento no-paramétrico a la estadística puede hacerse con mucho más éxito que el que utiliza el enfoque de la teoría normal tradicional. Esto es mayormente cierto en cursos estadísticos preuniversitarios. Se ha encontrado que es más fácil para estos estudiantes trabajar con rangos que con valores especí-

ficos.

vi. Muchos estadísticos matemáticos tienden a pensar que no se puede enseñar suficiente estadística sin cálculo. Es claro que están confundiendo las matemáticas de la estadística con la estadística en sí. Será mucho mejor enseñar inicialmente los conceptos y pensamientos estadísticos sin preocuparse por las matemáticas necesarias para fundamentar estos conceptos. Esto debe hacerse inclusive con estudiantes que están familiarizados con las matemáticas.

vii. Muchos profesores no logran transmitir a los estudiantes los propósitos y naturaleza de la estadística, y particularmente su relación con la matemática. En un curso básico de estadística se debe dejar muy claro que la estadística no es la matemática; los fundamentos de la estadística no están en la matemática. La matemática debe ser auxiliar de la estadística y no patrona suya. En un curso de estadística, las ideas y propósitos deben determinar los contenidos matemáticos y no vice-versa.

viii. Yendo más lejos, algunos profesores de estadística, particularmente si son matemáticos, tienden a dar la impresión a los estudiantes de que la estadística es una rama de la matemática pura. De hecho, usando el símbolo de inclusión, enunciarían la siguiente relación :

estadística  $\subset$  teoría matemática de la probabilidad  
 $\subset$  teoría de la medida  $\subset$  topología  $\subset$  análisis funcional  
 $\subset$  análisis global.

Por lo tanto, van a dar la impresión de que para aprender estadística, hay que saber por lo menos topología. Esos profesores son, por supuesto, matemáticos calificados, pero no están familiarizados con la naturaleza de la estadística.

Esas observaciones no deben ser utilizadas para socavar la importancia de los conceptos matemáticos esenciales para el área general de las matemáticas de la estadística. Por lo tanto, si uno tiene el tiempo y la inclinación, es bueno que estudie topología, porque topología añade luz a tópicos más avanzados de la estadística matemática y de la teoría matemática de la probabilidad.

### Educación en pregrado

En un pasado no muy distante, en muchas de las universidades americanas y extranjeras la estadística era primordialmente un campo de estudio a nivel avanzado. Muchos de los estudiantes graduados en estadística eran egresados de matemáticas, ciencias físicas, biológicas y sociales. Sin embargo, se ha reconocido que muchos estudiantes que pueden tener interés innato o potencial para el trabajo estadístico, no son capaces de adquirir motivación después de haber completado el programa regular de pregrado en matemáticas u otros campos. Por lo tanto, se están desarrollando más y más programas de pregrado en estadística en varias universidades.

ii. La importancia de los programas de pregrado en



estadística también puede fundamentarse desde el punto de vista de que cualquier sociedad moderna necesita un gran número de profesionales entrenados tanto en estadística como en otras disciplinas. En muchos casos, las actividades estadísticas que requieren profesionales en estadística, se realizan por graduados en otros campos como economía, administración de empresas, ingeniería, matemática, etc.

iii. El entrenamiento de pregrado debe ser tan extenso como sea posible y tan intenso como sea factible. Un estadístico debe ser un hombre de ciencia capaz de apreciar y entender el proceso de adquisición de conocimiento científico. En muchos casos un estadístico tendrá que comunicarse con profesionales de otros campos y por lo tanto se debe intentar que desarrolle el lenguaje mínimo común para tales comunicaciones. Es interesante notar que algunos de los grandes estadísticos que han hecho valiosos aportes al desarrollo teórico y metodológico de la estadística han recibido su entrenamiento previo en otros campos como química, biología, agricultura, psicología, y otros.

iv. Cuando se piensa en un programa de estadística, una de las cosas que uno se pregunta frecuentemente es acerca de qué matemáticas deben incluirse. En la ciencia de la estadística se usan las matemáticas para expresar la incertidumbre con la que se trata. Yo tomo el punto de vista de que las matemáticas son los instrumentos indispensables para lograr la meta de expresar y manipular la incertidumbre, pero no la meta en sí misma. En un programa

de estadística se debe intentar lograr un equilibrio óptimo entre el amplio espectro de las técnicas estadísticas, los métodos matemáticos y la aplicación de estos métodos y técnicas en los problemas del mundo moderno. Uno de los más notables estadísticos de esta siglo, C. Radhakrishna Rao ha dicho lo siguiente :

"... las técnicas de estadística inferencial si no son aplicadas a los problemas del mundo moderno, van a perder su significado y van a parecer meros ejercicios de deducción.

En mi opinión, en un programa de estadística se deben enfatizar ambas cosas : la teoría matemática de la estadística y la aplicación de la teoría a los problemas prácticos ..."

v. El siguiente es un bosquejo de los requisitos básicos de matemáticas y estadística :

Matemáticas Post-Cálculo : 2 ó 3 cursos; ecuaciones diferenciales, cálculo avanzado, matrices y vectores.

Probabilidad e Inferencia Estadística : 2 ó 3 cursos; probabilidad, inferencia estadística I y II.

Métodos Estadísticos y Estadística Aplicada : 2, 3 ó 4 cursos; métodos estadísticos, técnicas de muestreo, análisis de varianza y diseño de experimentos.

Computación : 1 ó 2 cursos; programación.

### Programa de Maestría

i. El programa de maestría debería proveer un balance adecuado entre la teoría y la metodología estadística. Sin embargo, el énfasis en el adiestramiento de estadísticos aplicados debe ser en la metodología estadística. Eso implica un entrenamiento completo en los métodos estadísticos básicos y una amplia selección de cursos opcionales que incluyan aplicaciones más especializadas.

ii. El entrenamiento matemático debe dirigirse a proporcionar destrezas en la formulación y solución de problemas matemáticos, en vez de infalibilidad en la demostración y en el rigor matemático.

iii. Es posible que debido a las limitaciones de profesorado y otros recursos, se haga difícil enfatizar tanto la teoría estadística como la metodología. En ese caso, el Departamento puede decidir entre adoptar un enfoque teórico o aplicado, dependiendo del interés principal del profesorado.

iv. El siguiente es un bosquejo general del currículo sujeto a alteraciones según la orientación y objetivo específico del programa.

Cursos obligatorios :

Teoría de probabilidad

Inferencia estadística I y II

Modelos lineales

**Seminario****Tesis**

Cursos electivos :

Teoría de muestreo

Inferencia no paramétrica

Métodos multivariados

Teoría de la decisión y estadística bayesiana

Análisis de series de tiempo

Probabilidad avanzada

Procesos estocásticos

Diseño de experimentos

etc.

### Cursos interdisciplinarios

i. Sabemos que la estadística moderna, además de ser una disciplina académica por derecho propio, también aporta una metodología científica para obtener nuevos conocimientos en muchos otros campos de estudio. Esta doble naturaleza de la estadística debe tomarse en cuenta al enseñarla en cualquier universidad. Por esto debe haber un número suficiente de cursos de estadística orientada específicamente hacia los usuarios de la metodología estadística en otros campos de estudio. Dependiendo de las necesidades y requisitos especiales de una institución, dichos cursos deben diseñarse para estudiantes e investigadores en los campos de biología, administración de empresas, economía, ingeniería, psicología, etc.

ii. Los cursos interdisciplinarios deben enseñarse

hasta donde sea posible en los departamentos de matemáticas y estadística por las siguientes razones :

a. Deberán enseñarse bajo la supervisión y control de personas que están en contacto con la corriente actual de desarrollo técnico y práctico de la estadística.

b. Hay una interacción estrecha entre la estadística "pura" y la "aplicada", esto es, entre la teoría y los métodos estadísticos.

c. Los estudiantes se pondrán en contacto con un amplio espectro de teorías y aplicaciones.

iii. Está por demás decir que dichos cursos deberán enseñarse por estadísticos con amplia experiencia e interés en las aplicaciones de la estadística en otros campos y en la investigación científica moderna. No deben enseñarse, como se acostumbra en algunas universidades, por estadísticos matemáticos con poco interés en el análisis de datos.

### Profesorado de Estadística

Finalmente, deseo hacer dos declaraciones generales sobre las cualificaciones y tareas académicas de los profesores de estadística.

i. Una cualidad esencial de un profesor de estadís-

tica es un amplio conocimiento de la teoría y metodología estadísticas. Es claro que el profesor necesita una preparación básica en matemáticas que incluya al menos conocimientos de la teoría de funciones y geometría n-dimensional Euclideana. Son muy deseables conocimientos adicionales en álgebra y análisis, así como algo de geometría diferencial. Sin embargo, ningún entrenamiento matemático por sí solo provee la cualificación suficiente para ser profesor de estadística. La cualidad más importante es que la persona debe saber ampliamente la teoría estadística, inclusive las derivaciones matemáticas de los métodos estadísticos, y una idea clara de cómo aplicarlos.

En adición a las matemáticas y el conocimiento de la teoría estadística, un estadístico competente o profesor de estadística, debe estar relacionado con los problemas de uno o más temas empíricos en los cuales se aplican los métodos estadísticos.

ii. Un estadístico en una facultad universitaria debe, en adición a las tareas usuales de enseñanza e investigación, asesorar a sus colegas y demás investigadores acerca de los métodos estadísticos apropiados a sus respectivas investigaciones. Esta función de asesoría es muy importante para el buen desarrollo de las actividades generales de la universidad, y debe ser tomada en consideración al asignar la carga académica.

## BIBLIOGRAFIA

1. Rade, L. ed. The proceedings of the Carbondale Conference on the Teaching of Probability and Statistics. John Wiley & Sons, New York, 1970.
2. Rade, L. ed. Statistics at the School Level: Proceeding Third International Statistical Institute Round Table Conference on the Teaching of Statistics, Vienna, Austria, August 30-September 4, 1973. Almquist & Wicksell, Stockholm, Sweden, 1975.
3. Breny, H. The Teaching of Statistics in School: Proceedings Fourth International Statistical Institute Round Table Conference on the Teaching of Statistics, Warsaw Poland, 1975. International Statistical Institute, Voorburg, Netherlands, 1977.
4. Nouri, E.S. Proceedings of the Workshop on the Teaching of Statistics, State University of New York College at Oneonta, October 9, 1976. Department of Mathematical Sciences, State University of New York, Oneonta, 1977.
5. Owen, D.B. ed. Communications in Statistics, Part A-Theory and Methods Vol. A5, No.10 (1976) Marcell Dekker, Inc., New York.
6. Williams, K. ed. The Statistician: Journal of the Institute of Statisticians, Vol. 25, No.2, (1976). Longman, Edinburgh.

7. Mackinstosh, N.P. ed. The Newzealand Mathematics Magazine, Vol.14, No.3 (1977). Auckland Mathematical Association, Inc., Auckland, Newzealand.
8. Holmes, P. ed. Teaching Statistics. Department of Probability and Statistics, The University, Scheffild, England.
9. Tanur, J.M., Mosteller, F., Kruskal, W.H., Link, R.F., Pieters, R.S. y Rising, G.R. eds. Statistics: A Guide to the Unknown, Segunda Edición. Holden Day San Francisco, 1978.
10. Mosteller, F., Kruskal, W.H., Link, R.F. Pieters, R. S. and Rising G.R. (Joint Committee on the curriculum in Statistics and Probability, American Statistical Association and the National Council of Teachers of Mathematics). Statistics by Examples, cuatro volúmenes titulados: Detecting Patterns, Exploring Data, Finding Models y Weighing Chances. Addison Wesley Pub. Co., Menlo Park, California, 1973.
11. Kempthorne, O. Teaching of Statistics at the M.S. Level, Seminario sobre la Enseñanza de la Estadística en América Latina. Escuela Nacional de Agricultura, Chapingo, Mexico, 1972.
12. Federer, W.T. Some remarks on Statistical Education. American Statistician, Vol.32, No.4 (1978). American Statistical Association, Washington, D.C.



13. Sahai, H. Estadística, Estadístico y el Público. Educación, Vol.45 (1978). Departamento de Instrucción Pública, San Juan, Puerto Rico.
14. Sahai, H. A Bibliography on Teaching of Probability and Statistics. Manuscrito no publicado.
15. Sahai, H. y Berríos, J. La Enseñanza de Probabilidad y Estadística en el Currículo de Escuela Superior. Educación, Vol. 47 (1980). Departamento de Instrucción Pública, San Juan, Puerto Rico.
16. Sahai, H. y Berríos, J. A Dictionary of Statistical Terms : English Spanish English. Wadsworth, Belmont, California, 1981.
17. Fanur, J.M. y Kruskall, W.H. International Encyclopedia of Statistics, Vol. I & II. The Free Press, New York, 1978.
18. Peanson, I. (1970). Systematic Glossary of the Terminology of Statistical Methods. Peargamon Press, Oxford & New York.